

一种任意网格模型的选择细化算法

唐 杰 张福炎

(南京大学计算机软件新技术国家重点实验室 南京 210093)

(南京大学计算机科学与技术系 南京 210093)

(jietang@graphics.nju.edu.cn)

摘 要 以基于最大误差 L_∞ 控制的网格简化算法为基础, 通过删除边操作对网格模型进行向下采样, 同时建立各删除操作的依赖关系. 在进行网格选择细化时, 将细化操作分解为对网格模型的几何修改信息和各细化操作之间的关系信息, 确保了网格模型选择细化结果的正确性. 实验结果证明了文中算法的有效性.

关键词 三角网格; 多分辨模型; 几何造型
中图法分类号 TP391

An Algorithm to Generate Selective Refinement of Arbitrary Mesh

Tang Jie Zhang Fuyan

(State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210093)

(Department of Computer Science and Technology, Nanjing University, Nanjing 210093)

Abstract Based on mesh simplification method driven by L_∞ error control, the algorithm uses edge contraction as down sampling method, during which the hierarchies of those edge contractions are created. While refining, the algorithm encodes the operation as a modification to the mesh and dependency relations, thus the robustness of the selective refinement results is ensured. Experiments show the efficiency and stability of this method.

Key words triangle mesh; multiresolution model; geometric modeling

1 引 言

三角网格模型具有简单的数学描述、较好的通用性和灵活性, 且可以实现硬件设备加速, 因而广泛用于真实感图形显示, 如数控加工刀具轨迹计算和干涉检查、快速原型制造、医用图像、地理地形绘制、计算机游戏等许多应用领域. 尤其是近年来, 随着逆向工程技术的不断发展以及高精度坐标测量机的不断普及, 为了加快产品开发速度、降低开发成本, 越来越多的复杂模型是由坐标测量机输出的散乱点集重构的三角网格模型来描述的.

三角网格模型尽管具有许多优点, 但其仍存在一些缺点. 首先, 三角网格模型通常较为庞大. 这是由于无论是坐标测量机, 还是地理地形测绘, 在生成网格模型时通常使用的都是均匀采样法. 当精度要求较高时, 这种采样方法会产生较多的三角片, 而过

大的网格模型不利于浏览、存储或传输, 尤其是在带宽有限的因特网上传输. 其次, 三角网格模型是一种具有固定分辨率的描述方式. 换句话说, 三角网格模型一经生成, 其所包含的三角片数量即固定不变, 这给使用三角网格模型带来不便. 在不必要的情况下, 使用精度较高的模型是资源浪费, 甚至造成运行困难; 而使用较粗糙的网格模型又达不到精度要求.

针对网格模型的这些缺点, 研究人员提出了一些解决方法, 其中选择细化法就是在网格简化^[1-4]技术基础上发展起来的较为有效的一种. 选择细化算法根据使用者的需要, 在网格模型的不同区域使用不同的分辨率来表示网格模型. 在网格模型中的某些重要区域(如三维地形图中沿视点方向且距视点较近的区域, 或是机械零件中的某些重要表面和功能面), 可以用较多的三角片来描述, 而其他不重要的区域则用较少的三角片来描述. 这样既降低了

网格模型的复杂度、加快了处理速度, 又保证了某些重要功能不受影响

Xia 等^[5]首先提出了一种选择细化算法。该算法通过删除边操作建立各新生成顶点和初始顶点之间的层次关系, 并以此层次关系来确保选择细化结果的拓扑健壮性。但是, 该算法在选择删除边的顺序时仅仅考虑边长的影响, 因而其简化效果不是很好。Hoppe 在 Xia 算法的基础上, 结合自己的递进网格算法^[6]也提出了一种选择细化算法^[7], 但他的算法主要用于地形图处理, 因而并不能确保细化结果的拓扑正确性。Wang 等对 Hoppe 的算法^[7]进行了改进^[8]。文献[9-10]中也提出了一些算法, 但大都是针对地形图来进行研究的。

针对以往算法的不足, 本文提出了任意网格模型选择细化算法

2 符号和相关定义

为描述方便, 先定义一些基本概念

2.1 网格模型的数学描述

三角网格是由三维空间中的三角片通过边和顶点连接而成的分片线性曲面, 其中, 每条边最多只能包含在两个三角片中。一般地, 我们将网格 M 定义为一个二元组, $M = (K, V)$, 其中 $V = \{v_1, \dots, v_m\}$, $v_i \in R^3$, 表示网格 M 的顶点在三维空间中的位置; K 为表征网格拓扑结构的单纯复形。一个单纯复形包含一组单形, 其中 $\{1\}, \dots, \{m\}$ 称为顶点, $\{i, j\}$ 称为边, $\{i, j, k\}$ 称为面。

2.2 网格模型的误差评估

网格模型与其简化模型之间必然存在一定的误差。如何评估和控制简化误差的大小是网格模型处理算法必须考虑的问题。通常采用对称 Hausdorff 距离来评估两个网格模型之间的差异。Hausdorff 距离的定义如下:

三维空间中一点 x 到网格模型 M 的距离 d_E 定义为 $d_E(x, M) = \min_{y \in M} (d(x, y))$, 其中 $d(x, y)$ 为点 x 和点 y 的欧氏距离

网格 M 到 M' 的单向 Hausdorff 距离 d_s 定义为 $d_s(M, M') = \max_{x \in M} (d_E(x, M'))$,

网格 M_0 到 M 的对称 Hausdorff 距离 d_H 定义为 $d_H(M, M') = \max(d_s(M, M'), d_s(M', M))$ 。

若网格 M 到 M' 的对称 Hausdorff 距离 d_H 小于 ϵ , 则以网格 M' 代替 M 时产生的误差小于 ϵ 。可

以看出, 简化网格 M' 到 M 的 Hausdorff 距离实际上就是最大误差 L_∞ 。

3 算 法

由于网格模型的三角片数量通常较多且具有固定的分辨率, 因而给其使用带来不便。Hoppe 提出的递进网格模型^[6]虽然可以将任意网格模型表示为一个简化网格模型和一组记录了网格模型细化信息的序列, 使得简化网格模型经过一系列顶点分裂操作就可以生成任意分辨率的网格模型, 但却无法生成在不同区域具有不同分辨率的网格模型。因此, 我们在 Hoppe 的递进网格模型基础上提出了一个选择细化网格模型。

在 Hoppe 的递进网格模型中, 一个任意网格模型 M 可以利用网格简化算法, 经过有序的 n 个如图 1 所示的删除边操作 (*ecol*), 而得到一个简化网格模型 M^0 ,

$$M = M^n \xrightarrow{ecol_{n-1}} \dots \xrightarrow{ecol_1} M^1 \xrightarrow{ecol_0} M^0.$$

其中每个删除边操作都对应一个逆操作, 称为拆分点操作 (*vsplit* _{i})。这样, 上述简化过程可以被反转为细化过程: $M^0 \xrightarrow{vsplit_0} M^1 \xrightarrow{vsplit_1} \dots \xrightarrow{vsplit_{n-1}} M^n$ 。

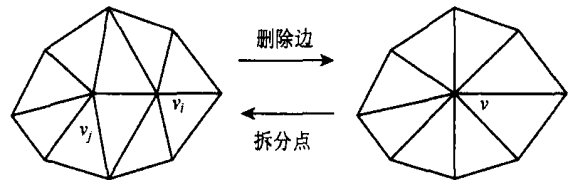


图 1 删除边和拆分点操作

二元组 $(M_0, \{vsplit_0, \dots, vsplit_{n-1}\})$ 标记一个递进网格模型。为实现选择细化功能, 我们对 Hoppe 的递进网格模型进行了修改, 将其记为 $(M^0, \{m_0, \dots, m_{n-1}\})$, 其中, M^0 为简化后的最粗糙模型; m_i 为对网格模型的修改, 既表示拆分边操作, 也表示其逆操作——删除边操作。具体表示如下:

```
struct Modification
{
    CVertex * v_p, v_j; // 被删除边的两个顶点
    vector vecDelta V_i, vecDelta V_j;
    // v_p, v_j 与新顶点之间的位置差
    CArray<CTriangle * > arrDeadFaces
    // 被删除的三角片
    CArray<CTriangle * > arrModifiedFaces
    // 被修改的三角片
}
```

```

struct Modification * pParentModification
// 父删除操作
struct Modification * pSonModification
// 子删除操作
double dError // 该删除操作引起的误差
BOOL bSplit; // 该操作是否已被执行为拆分操作
Vector minPt, maxPt; // 该修改操作的外接包围盒
};

```

该结构中的前 4 行成员变量用于对网格模型进行修改 $dError$ 表示该单元修改操作引起的误差; 在生成 m_i 序列时, 按照 $dError$ 的大小顺序进行, $m_0.dError$ 最大, $m_{n-1}.dError$ 最小; $minPt$, $maxPt$ 为该操作的影响范围

如果我们按照正常的顺序对网格模型进行细化或简化操作, 得到的是均匀细化的网格模型。而如果给定用户指定的细化区域和细化误差要求, 根据每个修改操作的引起误差和影响范围来有选择地执行某些删除或拆分操作, 就可以达到选择细化的效果。选择细化过程需要注意以下两点:

- (1) 选择细化过程中的误差控制
- (2) 每个修改操作执行前都必须进行合法性检查。不合法的修改操作会导致错误三角片的出现, 从而影响到对网格模型的后续操作。

3.1 误差控制

简化误差的控制十分重要。Hoppe 等^[3]为网格模型定义了一个能量目标函数, 包含顶点距离、顶点数目和弹性等三个分量; 并对网格模型重复进行删除操作, 直至能量函数达到最小值。文献[3]的算法在简化网格的质量上相对较好, 但其计算时间较长, 简化速度较慢。Garland 等^[2]给网格模型的每个顶点分配一些平面, 当一条边被删除成一个顶点后, 计算该点到其附属的所有平面的距离平方和, 并以此作为删除该边的优先值。文献[2]算法采用的其实是宽松 L_2 误差控制, 因其计算的是点到平面的距离而不是点到三角片的距离。Kim 等^[11]的优先值为网格模型中某条边附近的离散曲率值, 曲率越小说明该处越平坦, 可以用较少的三角片来描述

然而, 上述算法^[2-3, 11] 都没能在简化过程中控制 L_∞ 误差, 而 L_∞ 误差在造型领域中非常重要。因为 L_2 误差是一系列误差的平方和, 其最终结果与采样点的疏密有关。相比之下, L_∞ 误差则没有此缺陷。为此, 我们给每个三角片分配一些检测点, 然后计算这些检测点到三角片的距离以取代点到平面的距离, 达到在简化过程中控制 L_∞ 误差的目的。

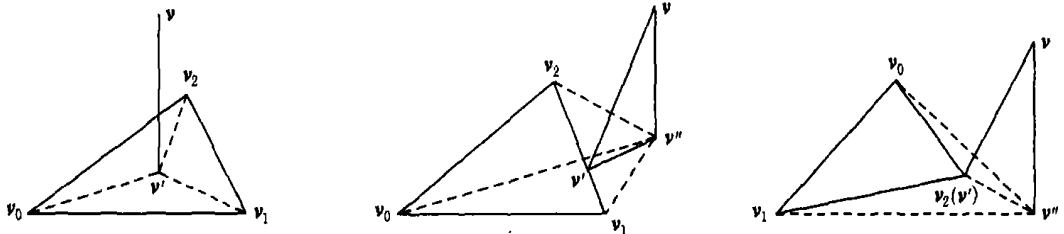
3.1.1 支撑区域

在网格模型修改过程中, 任何一个修改操作 m_i 对网格模型的改变是局限在一定范围内的。我们定义支撑区域来描述该影响区域

定义 1. 给定某个修改操作 m_i , 其支撑区域为生成其 v_i, v_j 的删除操作的支撑区域的并集。当 v_i 或 v_j 为初始模型上的点时, 其支撑区域为该顶点的邻域三角片。

3.1.2 初始网格信息提取

在计算每个修改操作引起的误差时, 应当确保计算的是与初始网格模型之间的误差, 而不是与上一步修改操作产生的中间网格模型之间的误差。这样才能避免误差积累对细化顺序的影响, 得到较为光滑的细化序列。为此, 我们通过在网格模型表面选取检测点以记录初始网格模型的信息。由于检测点用于控制简化后的网格与初始网格的匹配, 因而要求检测点要能记录足够多的网格细节信息。在平坦的网格面上仅需少量的检测点, 而在模型起伏变化较大的部位则需较多的检测点来记录网格模型的局部特征。本文采用了一种基于特征检测点采样方法: 给定任一初始网格 $M_0 = (K, V)$, 假定 M_0 无自交现象且很好地表现模型的各个细节。首先, 顶点集 V 中的点可全部作为检测点; 其次, 在棱边和尖角等区域应采集更多的检测点。定义 E_0 是这样一些边集: $\{i, j\}$ 为其中的边, 若包含 $\{i, j\}$ 的两个三角片所形成的二面角小于阈值 θ , 则认为 $\{i, j\}$ 为特征边。取特征边上的检测点集为 $V_0 = \{v \mid v = 1/2(v_i + v_j), \{i, j\} \in E_0\}$; 最终点集为 $V_E = V \cup V_0$ 。采样好的检测点被分配至其所属的三角片。



a 点 v 到三角片的投影位于某三角片内 b 点 v 到三角片的投影位于某条边上 c 点 v 在网格上的投影为某个顶点

图 2 点到三角片的距离

3.1.3 误差计算

当某条边被删除时, 与初始网格模型相比, 只有该删除操作的支撑区域发生了变化. 设该删除操作支撑区域中的所有检测点集为 V_{E_i} , 删除后新顶点的邻域三角片集为 F_i , 则该删除操作及其逆操作所引起的误差 $dError = \max_{v \in V_{E_i}} (\min_{f \in F_i} (D_t(v, f)))$; 其中 D_t 为空间中一点到某个三角片的距离, 如图 2 中所示的 vv' 的三种情况

3.2 修改操作的层次关系

选择细化要求不按照修改操作的创建顺序进行删除或拆分操作. 但这种不按创建顺序进行的修改操作可能会导致病态或错误三角片的出现, 甚至造成网格模型崩溃, 这是因为各修改操作之间存在一定的依赖关系, 而这种依赖关系在创建修改操作序列时就已生成. 因此在执行某修改操作前, 必须先对该操作进行合法性检查.

目前, 大多数算法将其修改操作之间的关系定义在各顶点关系上. Xia 等^[5]认为当某条边被删除成一个顶点 v 后, 其所有邻接点都依赖于 v . Hoppe^[7]为了提高速度, 认为只有 6 个顶点依赖于

v , 即与被删除的两个三角片相邻的 4 个三角片的顶点. 但这并不能保证所产生的依赖关系的强壮性, 在使用过程中, 仍有产生病态三角片的可能. 文献[5, 7]都将各修改操作的依赖关系组织成树或森林, 而实际上从他们的定义中可以看出这种依赖关系应该超出了树或森林的描述范围. 文献[5, 7]关于修改操作合法性检查定义较为复杂, 且不能彻底排除错误三角片的出现.

本文将修改操作的依赖关系定义在修改信息上. 为了确保选择细化结果的正确性, 我们采用文献[5]的原则, 即在创建拆分序列时, 如果一条边被删除, 则其所有邻接顶点所参与的修改操作都依赖于此删除操作. 如图 3 所示, 边 $\{11, 12\}$ 被删除, 生成一个修改操作 m_1 , 并分配给删除后的顶点 11, 顶点 12 死亡. 由于顶点 11 的所有邻接点都是初始点, 所以没有依赖关系生成. 接着, 边 $\{4, 5\}$ 被删除, 生成 m_2 , 并分配给新顶点 4, 顶点 5 死亡. 这时, 由于顶点 11 是顶点 4 的邻接点, 产生依赖关系, 即 m_2 未拆分前, m_1 不能拆分; m_1 未删除前, m_2 不能执行删除, 如此循环直至完成所有依赖关系的确定.

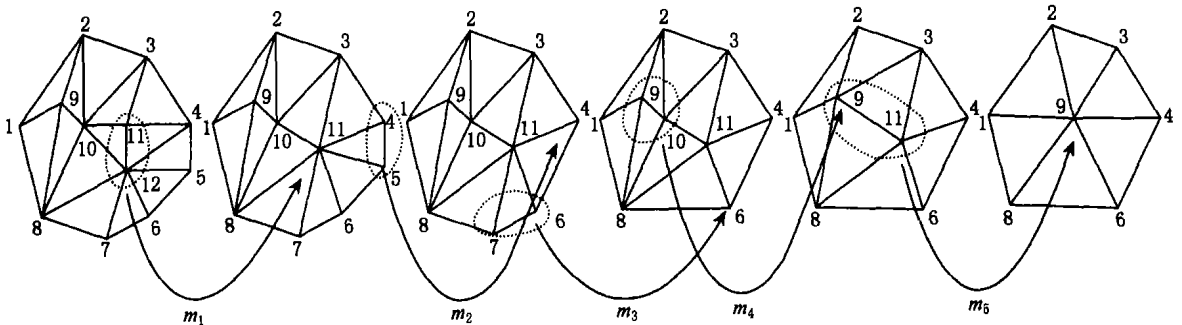


图 3 修改操作的依赖关系生成过程

我们发现用图 3 所示方法生成的依赖关系是一个有向图(如图 4 所示), 图 4 中各修改操作之间存在偏序关系. 可以利用拓扑排序的方法确定某拆分操作所依赖的所有拆分操作. 例如, 拆分 m_1 时, 其依赖的拆分序列为 $m_5 \rightarrow m_4 \rightarrow m_3 \rightarrow m_2 \rightarrow m_1$. 当然, 可能存在不只一种正确的序列, $m_5 \rightarrow m_3 \rightarrow m_2 \rightarrow m_4 \rightarrow m_1$ 也满足条件. 当执行删除操作 m_5 时, 其

依赖的删除序列为 $m_1 \rightarrow m_4 \rightarrow m_2 \rightarrow m_3 \rightarrow m_5$.

4 实验结果

本文算法已用 C++ 语言实现. 为验证算法的有效性, 我们测试了许多模型, 做了大量实验. 图 5, 6 为其中两例. 图 5a 所示为一油泵的网格模型, 含有 45 478 个三角片, 其上部的一个圆环面是装配面, 精度要求较高, 而其他部分则没有必要用较多的三角片来描述; 图 5b 所示为文献[2]均匀简化结果, 未达到选择细化的目的; 而图 5c 所示即为本文选择细化结果. 图 5b, 5c 中模型的三角片数相差无几, 但图 5c 所示的结果既保证了功能面的精度要求, 又起到了简化模型的效果, 优越性十分明显. 图 6 所示为对 Venus 进行的

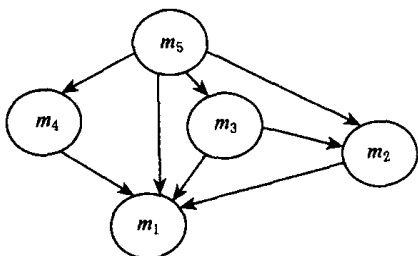


图 4 依赖关系有向图

选择细化效果 图6b在眼部的细化区回复到初始模型,即 $dError=0$; 图6c在细化区的相对误差 $dError=0.002$ 。可以看出,本文的修改操作依赖关系确保了在选择细化过程中,所有的三角片都是在对初始网格向下采样过程中出现过的三角片,因而三角片的质量得到保证,没有病态或错误三角片产生

为保证结果的正确性,本文算法在创建修改操作序列上的时间消耗较长。在 P IV 1.6 GHz, 256 MB RAM 的机器上,创建图5和图6模型的修改操作序列耗时分别约13min和30min。但这些操作可以离线进行,且完成后可保存至文件以备后用;而当在线进行选择细化操作时,本文算法基本无滞后感

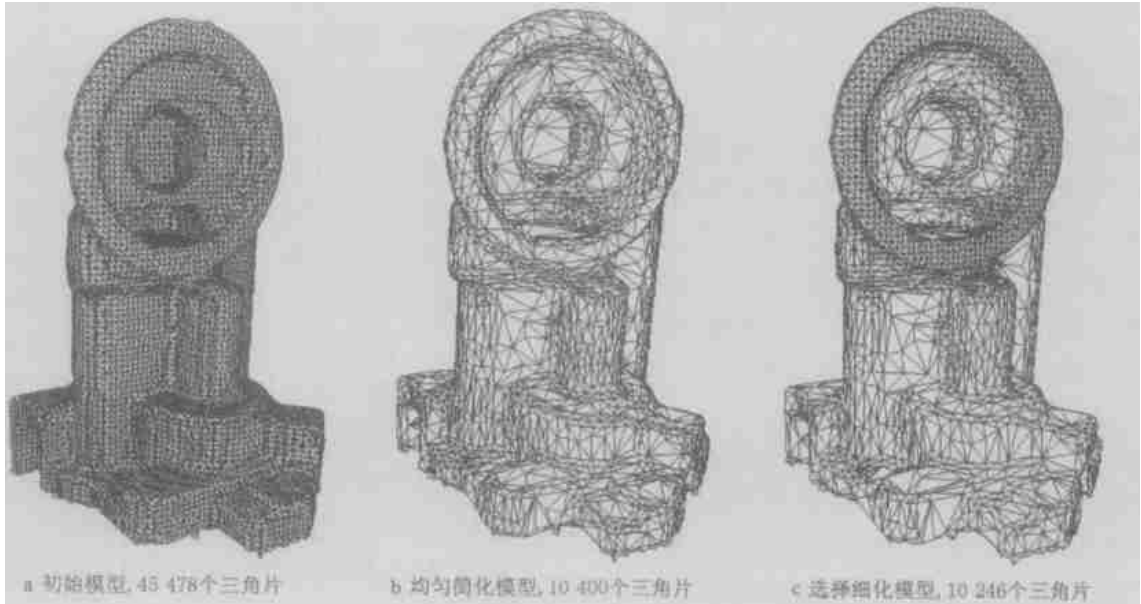


图5 油泵模型

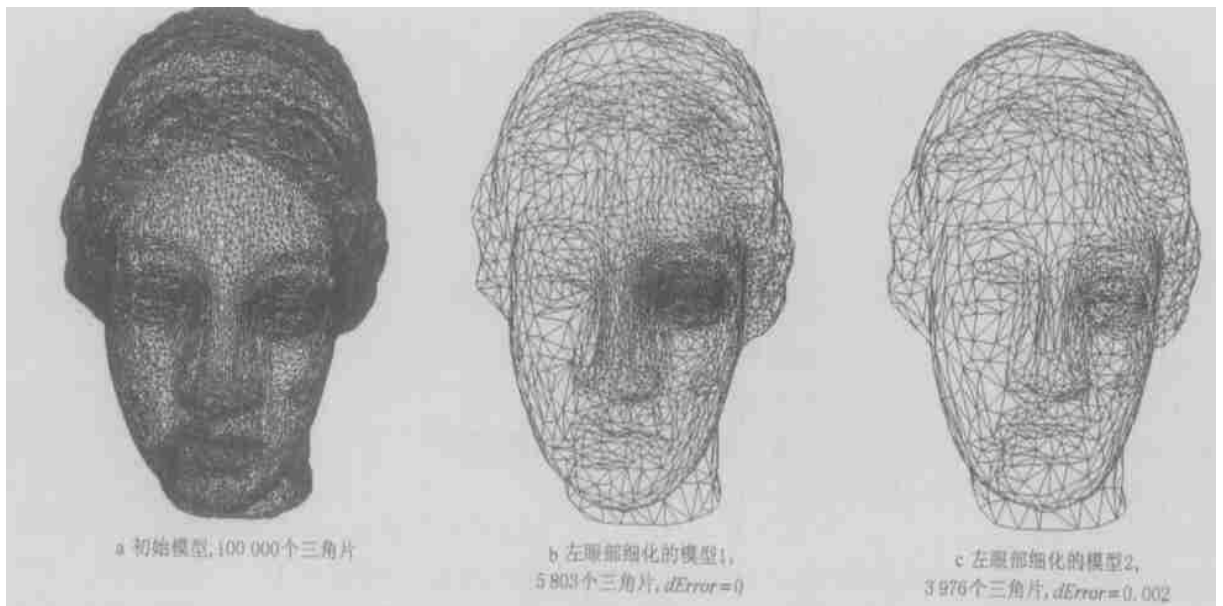


图6 Venus 模型的选择细化

5 结 论

由于选择细化算法可以使得在对网格模型进行简化的同时,保留某些用户感兴趣区域的细节信息,因而在计算机图形学和计算机辅助设计等领域中具

有较高的应用价值。本文提出的网格模型选择细化算法既可以通过局部的简化误差来控制细化结果,又可以确保选择细化结果的拓扑正确性,因而可以用于快速原型加工、数控加工等应用的网格模型进行前处理,具有较好的实用性。我们下一步的研究包括:

- (1) 带颜色、纹理的网格模型的选择细化;
 (2) 可控精度的网格模型多分辨编辑等。

参 考 文 献

- [1] Schroeder W J, *et al.* Decimation of triangle meshes [A]. In: Computer Graphics Proceedings Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, Chicago, Illinois, 1992. 65~70
- [2] Garland M, Heckbert Paul S. Surface simplification using quadric error metrics [A]. In: Computer Graphics Proceedings Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, Los Angeles, California, 1997. 209~216
- [3] Hoppe H, DeRose T, *et al.* Mesh optimization [A]. In: Computer Graphics Proceedings Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, Anaheim, California, 1993. 19~26
- [4] Tao Zhiliang, Pan Zhigeng, Shi Jiaoying. Mesh simplification algorithm based on energy evaluation and its application [J]. Journal of Software, 1997, 12(8): 881~888 (in Chinese)
 (陶志良, 潘志庚, 石教英 基于能量评估的网格简化算法及其应用[J]. 软件学报, 1997, 12(8): 881~888)
- [5] Xia J, Varshney A. A dynamic view-dependent simplification for polygonal models [A]. In: Proceedings of IEEE Visualization, San Francisco, California, 1996. 327~334
- [6] Hoppe H. Progressive meshes [A]. In: Computer Graphics Proceedings Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, New Orleans, Louisiana, 1996. 99~108
- [7] Hoppe H. View-dependent refinement of progressive meshes [A]. In: Computer Graphics Proceedings Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, Los Angeles, California, 1997. 189~197
- [8] Wang Yigang, Frohlich B, Gobel M. Selective refinement of progressive meshes using vertex hierarchies [J]. Computers & Graphics, 2003, 27(2): 179~188
- [9] Zhong Xiaoxia, Wang Jianyu. A method of LOD automatic generation View-dependent [J]. Journal of Engineering Graphics, 2002, 23(4): 68~72 (in Chinese)
 (钟晓霞, 王建宇 一种基于视向的 LOD 自动生成方法[J]. 工程图学学报, 2002, 23(4): 68~72)
- [10] Tang Xiaolan, Chen Min, Sun Maoyin. A new algorithm for large-scale terrain simplification and data extraction [J]. Journal of System Simulation, 2002, 14(2): 183~186 (in Chinese)
 (汤晓安, 陈 敏, 孙茂印 一种新的地景模型简化与快速绘制方法[J]. 系统仿真学报, 2002, 14(2): 183~186)
- [11] Kim Sun-Jeong, Kim Chang-Hun, Levin D. Surface simplification using a discrete curvature norm [J]. Computer & Graphics, 2002, 26(5): 657~663



唐 杰 男, 1971 年生, 博士后研究人员, 主要研究方向为 CAD/CAM、计算机辅助几何设计、计算机图形学



张福炎 男, 1939 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为计算机图形学、多媒体技术